== 平方完成(基本) ==

【平方完成の変形3】

x^2 の係数が 1 以外のとき，平方完成の変形を行うには，初めにその係数をくくり出して x^2 の係数が 1 になるようにします．

【例】 $2x^2+4x=2(x^2+2x)$

この形にしてから，(　)の中を今までやってきた方法で平方完成します．

$$=2\{(x+1)^2-1\}$$

最終的に答えの形にするときは「外側の{　}をはずして」答えます．

$$=2(x+1)^2-2$$

※内側の(　)をはずしてしまうと，元に戻ってしまうので注意．

【変形の注意点】

1) かっこを「はずす」ときは，係数を「掛ける」ので，その逆にかっこで「くくる」ときは，係数で「割ります」．

かっこをはずす→ $3(x^2+2x)=3x^2+6x$

かっこでくくる→ $3x^2+6x=3(x^2+2x)$

2) マイナスの係数でくくるときは，1次の係数の符号も変わります．

間違い計算→ $-3x^2+6x=-3(x^2+2x)$

※この計算間違いはビックリするほど多いので気を付けましょう！

正しい計算→ $-3x^2+6x=-3(x^2-2x)$

3) 整数の係数でくくるとき，係数はその整数で「割ったもの」になります．これに対して，分数の係数でくくるとき，係数はその分数で「割ったもの」になります．分数で割るには逆数を掛けます．

整数でくくる→ $3x^2+6x=3(x^2+2x)$

分数でくくる→ $\frac{1}{3}x^2+2x=\frac{1}{3}(x^2+6x)$

※「あやしい」「よくわからない」と思ったら，かっこをはずしたときに元に戻るかどうか目で確かめるようにします．

※マイナスの符号と分数の係数が混ざると，間違いが非常に多くなる傾向がありますので，幾つか例を示しておきます．

$$\frac{1}{2}x^2+x=\frac{1}{2}(x^2+2x)$$
$$\frac{1}{2}x^2-4x=\frac{1}{2}(x^2-8x)$$
$$-\frac{1}{2}x^2+6x=-\frac{1}{2}(x^2-12x)$$
$$-\frac{1}{2}x^2-5x=-\frac{1}{2}(x^2+10x)$$

4) 定数項があるとき，定数項は平方完成の計算に参加せずに外に置いたままにします．

定数項があるときに，かっこの内側に入れてしまうと，最後に再び外側に出さなければなりません．

出したり入れたりすると，計算間違いの元ですから，外に置いたままにして，平方完成から出てくる定数項と差し引きして答えます．

まずい計算→ $2x^2+4x+1=2(x^2+2x+\frac{1}{2})$

$$=2\left\{(x+1)^2-1+\frac{1}{2}\right\}$$
$$=2\left\{(x+1)^2-\frac{1}{2}\right\}$$
$$=2(x+1)^2-1$$

【問題1】 次の各式を平方完成してください．

A, B, C を定数として，$A(x+B)^2+C$ の形に直してください

（下の選択肢から正しいものを選んでクリック）

(1) $3x^2+24x+40$

○ 解説 やり直す

$3(x+4)^2+24$　　$3(x+8)^2-24$

$3(x+4)^2-8$　　$3(x+12)^2-104$

$3x^2+24x+40=3(x^2+8x)+40$
$=3\{(x+4)^2-16\}+40$
$=3(x+4)^2-48+40$
$=3(x+4)^2-8$ …(答)

→閉じる←

(2) $2x^2-8x+5$

○ 解説 やり直す

$2(x-2)^2-3$　　$2(x-2)^2-1$

$2(x-4)^2-28$　　$2(x-2)^2-11$

$2x^2-8x+5=2(x^2-4x)+5$
$=2\{(x-2)^2-4\}+5$
$=2(x-2)^2-8+5$
$=2(x-2)^2-3$ …(答)

→閉じる←

(3) $-x^2+4x-3$

○ 解説 やり直す

$-(x+2)^2-7$　　$-(x-2)^2-7$

$-(x+2)^2+1$　　$-(x-2)^2+1$

$-x^2+4x-3=-(x^2-4x)-3$
$=-\{(x-2)^2-4\}-3$
$=-(x-2)^2+4-3$
$=-(x-2)^2+1$ …(答)

→閉じる←

(4) $-3x^2-6x+2$

○ 解説 やり直す

$-3(x+1)^2-1$　　$-3(x+1)^2+5$

$-3(x-1)^2-1$　　$-3(x-1)^2+5$

$-3x^2-6x+2=-3(x^2+2x)+2$
$=-3\{(x+1)^2-1\}+2$
$=-3(x+1)^2+3+2$
$=-3(x+1)^2+5$ …(答)

→閉じる←

よい計算→ $2x^2+4x+1=2(x^2+2x)+1$
$=2\{(x+1)^2-1\}+1$
$=2(x+1)^2-2+1$
$=2(x+1)^2-1$

【問題2】 次の各式を平方完成してください.（下の選択肢から正しいものを選んでクリック）
暗算では無理です. 計算用紙を使ってよく考えてから答えてください.
まぐれで正解になっても実力は付きません.

(1) $4x^2-6x+1$

○ 解説 やり直す

$4(x-\frac{3}{2})^2-\frac{7}{2}$　　$4(x-\frac{3}{2})^2-\frac{7}{4}$

$4(x-\frac{3}{4})^2-\frac{5}{4}$　　$4(x-\frac{3}{4})^2+\frac{7}{16}$

$4x^2-6x+1=4(x^2-\frac{3}{2}x)+1$
$=4\{(x-\frac{3}{4})^2-\frac{9}{16}\}+1$
$=4(x-\frac{3}{4})^2-\frac{9}{4}+1$
$=4(x-\frac{3}{4})^2-\frac{5}{4}$ …(答)

→閉じる←

(2) $-x^2-3x+1$

○ 解説 やり直す

$-(x-\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4}$　　$-(x-\frac{3}{2})^2+\frac{13}{4}$

$-(x+\frac{3}{2})^2-\frac{5}{4}$　　$-(x+\frac{3}{2})^2+\frac{13}{4}$

$-x^2-3x+1=-(x^2+3x)+1$
$=-\{(x+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}\}+1$
$=-(x+\frac{3}{2})^2+\frac{9}{4}+1$
$=-(x+\frac{3}{2})^2+\frac{13}{4}$ …(答)

→閉じる←

(3) $3x^2+x+1$

○ 解説 やり直す

$3(x+\frac{1}{6})^2+\frac{11}{12}$　　$3(x+\frac{1}{6})^2+\frac{35}{36}$

$3(x+\frac{1}{3})^2+\frac{8}{9}$　　$3(x+\frac{1}{3})^2+\frac{2}{3}$

$3x^2+x+1=3(x^2+\frac{1}{3}x)+1$
$=3\{(x+\frac{1}{6})^2-\frac{1}{36}\}+1$
$=3(x+\frac{1}{6})^2-\frac{1}{12}+1$
$=3(x+\frac{1}{6})^2+\frac{11}{12}$ …(答)

→閉じる←

(4) $-x^2-x+3$

○ 解説 やり直す

$-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{11}{4}$　　$-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{13}{4}$

$-(x+1)^2+2$　　$-(x+1)^2+4$

$-x^2-x+3=-(x^2+x)+3$
$=-\{(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\}+3$
$=-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}+3$
$=-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{13}{4}$ …(答)

→閉じる←

【問題3】 次の各式を平方完成してください.（下の選択肢から正しいものを選んでクリック）
暗算では無理です. 計算用紙を使ってよく考えてから答えてください.
まぐれで正解になっても実力は付きません.

(1) $\frac{1}{2}x^2+x-7$

○ 解説 やり直す

$\frac{1}{2}(x+1)^2-5$　　$\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{15}{2}$

$\frac{1}{2}(x+\frac{1}{4})^2+\frac{15}{16}$　　$\frac{1}{2}(x+\frac{1}{4})^2+\frac{13}{4}$

$\frac{1}{2}x^2+x-7=\frac{1}{2}(x^2+2x)-7$
$=\frac{1}{2}\{(x+1)^2-1\}-7$

(3) $-\frac{1}{3}x^2-x+2$

○ 解説 やり直す

$-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}$　　$-\frac{1}{3}(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$

$-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2})^2+\frac{5}{4}$　　$-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}$

$-\frac{1}{3}x^2-x+2=-\frac{1}{3}(x^2+3x)+2$
$=-\frac{1}{3}\{(x+\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}\}+2$
$=-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2})^2+\frac{3}{4}+2$
$=-\frac{1}{3}(x+\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}$ …(答)

→閉じる←

$=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{1}{2}-7$
$=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{15}{2}$ …(答)

→閉じる←

(2) $-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-3$

○ 解説 やり直す

$-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{2})^2+\frac{13}{4}$ $-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{2})^2-\frac{37}{4}$

$-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{4})^2+\frac{1}{8}$ $-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{4})^2-\frac{71}{32}$

$-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x-3=-\frac{1}{2}(x^2+\frac{5}{2}x)-3$
$=-\frac{1}{2}\left\{(x+\frac{5}{4})^2-\frac{25}{16}\right\}-3$
$=-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{4})^2+\frac{25}{32}-3$
$=-\frac{1}{2}(x+\frac{5}{4})^2-\frac{71}{32}$ …(答)

→閉じる←

(4) $-\frac{3}{2}x^2+x-\frac{1}{3}$

○ 解説 やり直す

$-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{2}$ $-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})^2-\frac{4}{9}$

$-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{6}$ $-\frac{3}{2}(x+\frac{1}{3})^2-\frac{1}{6}$

$-\frac{3}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=-\frac{3}{2}(x^2-\frac{2}{3}x)-\frac{1}{3}$
$=-\frac{3}{2}\left\{(x-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{9}\right\}-\frac{1}{3}$
$=-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})^2+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}$
$=-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{6}$ …(答)

→閉じる←