

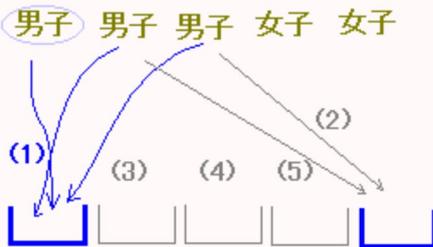
== 両端指定, 整数の順列 ==

---両端が男子である並び方---  
例1

男子3人, 女子2人の合計5人が1列に並ぶとき, 両端が男子であるような並び方は何通りあるか.

<考え方>

両端に制限がついているときは, はじめに両端から並べると考えやすくなります.



(1) 左端に並ぶ人は男子でなければならないので, 左端には男子3人のうち誰かを入れます.

3通り

(2) 左端が決まると, 男子は1人減って2人になっています.この2人のうちから右端に入る人を決める方法は

2通り

(3)(4)(5) 残りは, 男子1人, 女子2人の小計3人です.これら3人を真ん中に並べる方法は

3!通り

以上より,  $3 \cdot 2 \cdot 3! = 36$ 通り... (答)

■ (1)(2)は ${}_3P_2$ と書くこともできます.  
 ${}_3P_2 \cdot 3! = 36$ 通り という答案になります.

■ 男子は3人いるので, そのうち1人は中に来ます.この問題では, 「両端が男子である」ことはできますが, 「男子は両端に来る」ことはできません.

《要点》

両端が男子である...  
→ 両端を先に並べる

---3けたの整数, 4桁の電話番号---  
例2

0, 1, 2, 3の4個の数字のうち3個を使って3桁の整数は何通りできるか.

<考え方>

通常の約束として, 最高位の数が0のもの3桁の整数とは言いません.

例 014=14は2桁の整数

3桁の整数を作るためには, 最高位は0以外でなければなりません.

順番待ち:



最高位の入れ方は, 0以外で

3通り

上で使った1つを除いて, 次の位の数を決める.このときは0も使えるので

3通り

一の位は, 残り

2通り

結局,  $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ 通り... (答)

<裏の裏> 4桁の電話番号

通常の約束として, 電話番号では最高位の数が0でも4桁などといいます.(0というダイヤル(ボタン)を押す「操作」は他の数と同じ)

そこで, 0124という番号は4桁の電話番号です.特に, 0000は電話局の相談窓口だそうです.

《要点》

3桁の整数  
→ 最高位は0以外

4桁の電話番号  
→ 最高位は何でもよい

---偶数, 5の倍数, 3の倍数---  
例3

1, 2, 3, 4, 5, 6の6つの数字から異なる4つを選び出して並べ, 4桁の整数を作るとき,

- (1) 偶数は何通りできるか.
- (2) 5の倍数は何通りできるか.
- (3) 3の倍数は何通りできるか.

<考え方>

(1) 1の位の数は2, 4, 6

3通り

その各々について, 残りの桁の決め方は

$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ 通り

ゆえに, 180通り... (答)

(3)

1, 2, 3, 4, 5, 6から4個選んで和が3の倍数となる組合せは

ア) 1, 2, 3, 6...和は12

イ) 1, 2, 4, 5...和は12

ウ) 1, 3, 5, 6...和は15

エ) 2, 3, 4, 6...和は15

オ) 3, 4, 5, 6...和は18

の5通り

《要点》

偶数  
→ 1の位が偶数

5の倍数  
→ 1の位が0, 5

3の倍数  
→ 各位の数字の和が3の倍数

(2) 1の位の数は5

1通り

その各々について、残りの桁の決め方は

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{通り}$$

ゆえに、60通り・・・(答)

その各々について、並べ方は

4!通り

ゆえに、 $5 \cdot 4! = 120$ 通り・・・(答)

《問題》正しいものを選んでください。

《1》

大人3人、子供4人の合計7人が1列に並ぶとき、両端に大人が来る並び方は何通りあるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

両端の決め方は $3 \cdot 2$ 通り

その各々について、内部の決め方は5!通り

$$3 \times 2 \times 5! = 6 \times 120 = 720 \text{ …(答)}$$

《3》

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6の7個の数字から相異なる4個を使ってできる、4桁の整数は何通りできるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

最高位の決め方は、0以外の6通り

その各々について、他の位の数の決め方は $6 \cdot 5 \cdot 4$ 通り

$$6 \times 6 \times 5 \times 4 = 720 \text{ …(答)}$$

《5》

4桁の電話番号のうち各位の数が相異なるものは、何通りあるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

電話番号は、先頭の数が0でもよい

最高位の数の決め方は10通り

その各々について、2番目の数の決め方は9通り(←先頭で使った数以外)

その各々について、3番目の数の決め方は8通り(←前の2つで使った数以外)

その各々について、4番目の数の決め方は7通り(←前の3つで使った数以外)

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040 \text{ …(答)}$$

《7》

1, 2, 3, 4, 5の5つの数字から相異なる3つの数字を使って3桁の整数を作るとき、3の倍数は何通りできるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

3の倍数となる組合せは、

{1, 2, 3} {1, 3, 5} {2, 3, 4} {3, 4, 5} の4通り

その各々について並べ方は3!通り

$$4 \times 3! = 24 \text{ …(答)}$$

《2》

smileの5文字を1列に並べるとき、両端が子音字となる並び方は何通りあるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

母音字とは・・・a, i, u, e, o(この問題では、i, e)

子音字とは・・・b, c, d, f, gなど(この問題では、s, m, l)

両端の子音字の並び方が $3 \times 2$ 通り

その各々について、中の3文字の並び方が3!通り

$$3 \times 2 \times 3! = 36 \text{ …(答)}$$

《4》

3桁の整数のうち、各位の数が相異なるものは何通りあるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

百の位は9通り(←「3桁の整数」は最高位が0以外)

その各々について、下2桁の決め方は、 $9 \cdot 8$ 通り

$$9 \times 9 \times 8 = 648 \text{ …(答)}$$

《6》

1, 2, 3, 4, 5の5個の数字を全部使って5桁の整数を作るとき奇数は何通りできるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

1の位の決め方は1, 3, 5の3通り(←制限の強い所を先に決めると場合分けが簡単になる)

その各々について、他の位の決め方は4!通り

$$3 \times 4! = 72 \text{ …(答)}$$

《8》

0, 1, 2, 3, 4, 5の6つの数字から相異なる4つを並べてできる4桁の偶数は何通りあるか。

22	24	36	40	72	128	156
480	648	720	2160	2400	5040	

○ 解説

(ア) 1の位が0の場合:

1の位の決め方は1通り

その各々について、他の桁の決め方は $5 \cdot 4 \cdot 3$ 通り

(イ) 1の位が2, 4の場合:

1の位の決め方は2通り

その各々について、他の位の決め方は $4 \cdot 4 \cdot 3$ 通り

(ア)+(イ)

$$60 + 2 \times 48 = 156 \text{ …(答)}$$

◀9▶

0, 1, 2, 3, 4, 5の6つの数字から相異なる3つの数字を取り出して、3桁の整数を作るとき、3の倍数は何通りできるか。

22 24 36 40 72 128 156

480 648 720 2160 2400 5040

○ 解説

3の倍数となる組合せは、

(ア)0を含むもの

{0, 1, 2} {0, 1, 5} {0, 2, 4} {0, 4, 5}の4通り

その各々について、並べ方は $2 \cdot 2 \cdot 1$ 通り

(イ)0を含まないもの

{1, 2, 3} {1, 3, 5} {2, 3, 4} {3, 4, 5}の4通り

その各々について、並べ方は $3!$ 通り

(ア)+(イ)

$4 \times 4 + 4 \times 3! = 40$  …(答)