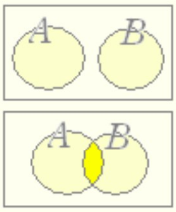
■確率の加法定理，余事象の確率≪解説≫

《要点》
【確率の加法定理】
$A \cap B = \phi$ のとき，（ A , B が排反事象のとき）

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

【一般の加法定理】

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



※ A と B に共通部分がないとき，これらは排反事象であるという.
排反事象を表わす書き方はいろいろあり,「両立できない」「同時には成り立たない」「共通部分がない」「$A \cap B = \phi$」など同じ意味になる.

※ 「一般の加法定理」は，個数定理（和集合の要素の個数に関するもの）を全体集合の要素数Nで割ったものである.（Nで割ると確率になる.）

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{N} = \frac{n(A)}{N} + \frac{n(B)}{N} - \frac{n(A \cap B)}{N}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

例1
「袋の中に赤玉3個，白玉2個が入っているとき，この中から同時に2個取り出して同じ色の玉が出る確率」を求めるには

（解答）
「同じ色の玉が出る」ことを「赤玉が2つ」の場合と「白玉が2つ」に分けて考える.

赤玉が2つ出る確率は $\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$

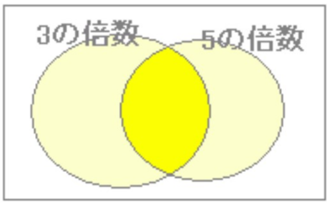
白玉が2つ出る確率は $\frac{{}_2C_2}{{}_5C_2} = \frac{1}{10}$

$\Rightarrow \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$ を答とする.

この例では，A「赤玉が2つ出る」，B「白玉が2つ出る」，とするとき，$A \cap B = \phi$ なので（A と B の共通部分がない），どちらか一方が起こる確率は「足し算で求められる」.

例2
「1から100までの整数が書かれている100枚のカードから1枚を抽出したとき，その数が3または5で割り切れる確率」を求めるには

（解答）
100÷3=33…3
100÷5=20
100÷15=6…10



3の倍数となる確率は $\frac{33}{100}$

5の倍数となる確率は $\frac{20}{100}$

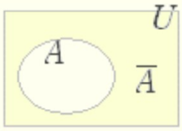
15の倍数となる確率は $\frac{6}{100}$

$\Rightarrow \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - \frac{6}{100} = \frac{47}{100}$ を答とする.

この例では，A「3の倍数」，B「5の倍数」，とするとき，A と B の共通部分があるので，単に $P(A)+P(B)$ を計算すると二重に足してしまう部分ができる. そこで，二重の部分 $P(A \cap B)$ を引いて答にする.

《要点》
【余事象の確率】

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$



※ 「少なくとも1つ」 ⇔ 余事象を考える

例3
「3個の硬貨を投げるとき，少なくとも1枚表が出る確率」を求めるには

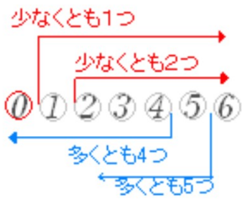
単純に計算すれば
表が1枚出るのは3通り,
表が2枚出るのは3通り,
表が3枚出るのは1通り,
⇒ 計7通りとなるが,

表が0枚出るのは1通りだから
⇒ 8−1＝7通り で求められる.

表	表	表	3枚
表	表	裏	2枚
表	裏	表	2枚
表	裏	裏	1枚
裏	表	表	2枚
裏	表	裏	1枚
裏	裏	表	1枚
裏	裏	裏	0枚

このように A の確率を直接計算する代わりに，$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ で計算した方が簡単なとき，この定理を使う.
上の例では，$\overline{A}$ を「表が1枚以上出る」，A を「表が出ない（＝0枚）」としているが，逆に使ってもよい：$P(A) = 1 - P(\overline{A})$ ※ 余事象の確率は「少なくとも1つ」という言葉と結びついていることが多い.
「少なくとも1つ」（＝1以上）の余事象は「0個」になる.

※
「少なくとも2つ」（＝2以上）の余事象は「0または1」
「多くとも4つ」（＝4以下）の余事象は「5以上」
「多くとも5つ」（＝5以下）の余事象は「6以上」



※ A 以外を表わす記号 $\overline{A}$ は，集合の記号では「補集合」と呼ばれ，確率では「余事象」と呼ばれる.

［確率の加法定理，一般の加法定理］

≪問題1.1≫
赤玉3個，白玉2個の合計5個の玉が入っている袋から同時に

≪問題1.2≫
100以上200未満の整数が書かれた100枚のカードから1枚を取り出すとき，書かれた数字が3または5で割り切れる確率を求め

2個取り出すとき，同じ色の玉が出る確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

よ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題1.3≫

赤玉2個，白玉2個計4個が入っている袋から玉を取りだして順に並べるとき，同じ色の玉は隣り合わない確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題1.4≫

赤玉2個，白玉2個，黄玉2個計6個が入っている袋から玉を取りだして順に並べるとき，同じ色の玉は隣り合わない確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

［余事象の確率］

≪問題2.1≫

10本のくじの中に当たりくじが2本入っている．この中から同時に3本のくじを引いたとき，少なくとも1本が当たりくじである確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題2.2≫

3個のさいころを同時に投げたとき，少なくとも1つ6の目が出る確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題2.3≫
赤玉6個白玉4個の計10個の玉が入っている袋から同時に3個の玉を取り出すとき，赤玉が少なくとも2個出てくる確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題2.4≫
5枚の硬貨を同時に投げるとき，表の出る枚数が4枚以下となる確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$

≪問題2.5≫
赤玉3個，白玉3個，黄玉2個の計8個の玉が袋に入っている．この中から同時に3個取り出すとき，出た玉の色が2色となる確率を求めよ．

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{9}{14}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{31}{32}$ $\frac{23}{50}$ $\frac{91}{216}$