

**== 条件付き確率 ==**

■ 全事象のどの要素が起こることも「同様に確からしい」とき、事象Aが起こる **確率 P(A)** は、「**全体に対する部分の比**」で定義されます。

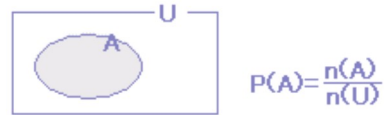
■ これに対して、事象Aが起こったときに事象Bが起こる確率 (事象Aが起こったことが分かっているときに事象Bが起こる確率) **条件付き確率 P<sub>A</sub>(B)** は、「**部分に対する部分の比**」で定義されます。

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} \dots (1)$$

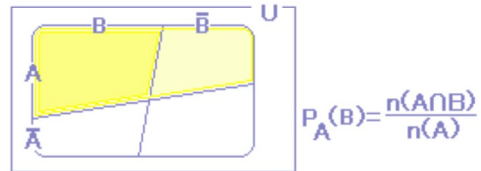
全体の個数N=n(U)で分母・分子を割れば

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)/N}{n(A)/N} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \dots (2)$$

全体集合Uの要素の個数をn(U)、集合Aの要素の個数をn(A)で表わすとき、**確率は全体に対する比** になります。



条件付き確率は**部分に対する比** になります。



**【例1】 ~個数が見える例~**

あるクラス40人の生徒の男女別、芸術選択科目の人数は右図の通りであった。この中から1人を抽出して芸術選択科目を尋ねる場合、抽出されたのが女子であったとき、その女子が音楽を選択している確率

女子の人数 n(A)=21  
女子で音楽を選択している人数 n(A ∩ B)=8  
 $P_A(B) = \frac{8}{21}$

	男子	女子
音楽	9	8
美術	10	13

**【例2】**

~時間の経過に沿って確率が絞り込まれると考えると分かりやすい例~

5本のくじの中に当りくじが2本入っている。このくじをA、Bの順に引き、引いたくじは戻さない場合、Aが当たったときにBも当たる確率

◎(考え方1)

Aが当たったとき、残りくじは4本で、そのうち当りくじは1本になっているので  
条件付き確率  $\frac{1}{4}$

(考え方2) 原則通りに個数を数えるとき

Aが当り、Bも当たる場合の数は  $2 \times 1$   
Aが当り、Bの起こりうるすべての場合の数は  $2 \times 4$   
条件付き確率  $\frac{1}{4}$



集合の要素の数で示せば、

	○ B	× B
○ A	2 × 1	2 × 3
× A	3 × 2	3 × 2

※参考: Bが当たる確率

Aが当たってBも当たる確率+AがはずれてBが当たる確率  
 $P(B) = \frac{2 \times 1}{5 \times 4} + \frac{3 \times 2}{5 \times 4} = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$  は、Aが当たる確率と同じ。

**【例3】 ~時間をさかのぼって原因を考える例~**

病気(かぜなど)に罹った人100人に協力してもらって、ある薬(かぜ薬など)を服用した人、服用しなかった人に分かれて、1日以内に症状の改善が見られたかどうかをテストしたとき、右のような結果が得られたものとする。(数字は、説明のために作ったものです。)

1日以内に症状の改善が見られた人を選んだとき、その人が薬を服用していた確率

1日以内に症状の改善が見られた: A、その薬を服用した: Bとする。  
n(A)=45

	服用した	服用せず
1日以内に改善	30	15
1日以内に改善せず	20	35

※ 確率は未来に向かって投げかけられた可能性と考えるのが自然ですが、確率、条件付き確率は「集合の要素数の比」で定義

$$n(A \cap B) = 30$$

$$P_A(B) = \frac{2}{3}$$

されており時間は含まれていません。だから、この例のように、内容的に過去にさかのぼっている確率もあります。(このような確率は「原因の確率」と呼ばれる)

※次の各問に答えてください。解答は下の選択肢から正しいと思うものをクリック。解答すれば採点結果と解説が出ます。

《問題1》

あるクラス40人の生徒の男女別、芸術選択科目の人数は次の図の通りであった。この中から1人を抽出する場合、抽出されたのが音楽選択者であったとき、その人が女子である確率を求めよ。

	男子	女子
音楽	9	8
美術	10	13

- $\frac{1}{2}$     $\frac{1}{3}$     $\frac{2}{3}$     $\frac{2}{5}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{2}{7}$     $\frac{4}{7}$   
 $\frac{2}{15}$     $\frac{4}{15}$     $\frac{8}{15}$     $\frac{2}{17}$     $\frac{4}{17}$     $\frac{8}{17}$

○ 解説

音楽選択者(Aとする)が17人、そのうち女子(A∩Bとする)が8人です。

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{8}{17}$$

《問題3》

ある家庭に2人の子どもがいて、そのうち少なくとも1人は女子であることが分かっているとき、2人とも女子である確率を求めよ。(男女の出生比率はここでは1:1とします。)

- $\frac{1}{2}$     $\frac{1}{3}$     $\frac{2}{3}$     $\frac{2}{5}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{2}{7}$     $\frac{4}{7}$   
 $\frac{2}{15}$     $\frac{4}{15}$     $\frac{8}{15}$     $\frac{2}{17}$     $\frac{4}{17}$     $\frac{8}{17}$

○ 解説

「2人とも男子ということはない」ということで、右図の黄色で示した3つの場合で考えます。このうち2人とも女子である場合は1通りです。

	2人目	男	女
1人目	男		
	女		

$$\frac{1}{3}$$

※この問題は一人が女子であることが分かると、もう一人が女子である確率が減ることを意味しているのではありません。「一人目に女子が生まれたとき、2人目に女子が生まれる確率」は、この図の2行目から2分の1になります。これに対して、「少なくとも1人が女子であることが分かっているとき」には、図の1行2列目の「1人目に男子が生まれて、2人目に女子が生まれる場合」が分母として含まれるところがポイントです。

《問題2》

さいころを2回振って出た目の和を調べる。1回目に6の目が出たとき、2回目の目の和が10以上になる確率を求めよ。

- $\frac{1}{2}$     $\frac{1}{3}$     $\frac{2}{3}$     $\frac{2}{5}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{2}{7}$     $\frac{4}{7}$   
 $\frac{2}{15}$     $\frac{4}{15}$     $\frac{8}{15}$     $\frac{2}{17}$     $\frac{4}{17}$     $\frac{8}{17}$

○ 解説

2回目に4以上の目が出ればよく、右図のようになります。

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

		2回目					
	和	1	2	3	4	5	6
1回目	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

《問題4》

ある家庭に2人の子どもがいて、玄関で1人を呼んだら女子が出てきたとき、もう1人も女子である確率を求めよ。(男女の出生比率はここでは1:1とします。)

- $\frac{1}{2}$     $\frac{1}{3}$     $\frac{2}{3}$     $\frac{2}{5}$     $\frac{3}{5}$     $\frac{2}{7}$     $\frac{4}{7}$   
 $\frac{2}{15}$     $\frac{4}{15}$     $\frac{8}{15}$     $\frac{2}{17}$     $\frac{4}{17}$     $\frac{8}{17}$

○ 解説

玄関から出てきたという事柄は、生まれたというのと同じように考えることができます。

$$\frac{1}{2}$$

	2人目	男	女
1人目	男		
	女		

◀問題5▶

A, Bの2人が1回だけジャンケンをするときの手の出し方と勝敗の約束は次のとおりとします。Aがチョキ(はさみ)を出したとき, Aが勝つ確率を求めよ。

A \ B	グー	チョキ	パー
グー	引分け	A勝	B勝
チョキ	B勝	引分け	A勝
パー	A勝	B勝	引分け

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

Aがチョキを出す場合が3通り, そのうちAが勝つ場合が1通り。  
 $\frac{1}{3}$

◀問題6▶

A, Bの2人が1回だけジャンケンをしてAが勝ったときに, Aの手がチョキである確率を求めよ。

A \ B	グー	チョキ	パー
グー	引分け	A勝	B勝
チョキ	B勝	引分け	A勝
パー	A勝	B勝	引分け

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

Aが勝つ場合が3通り, そのうちAの手がチョキである場合が1通り。  
 $\frac{1}{3}$

◀問題7▶

A, Bの2人がさいころを1回ずつ振って出た目の大きい方を勝ちとし, 同じ目なら引き分けとする。Aの目が3のとき, Aが勝つ確率を求めよ。

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

右図の通りAが3であるとき, Bが1または2となるのは

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

A \ B	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

◀問題8▶

A, Bの2人がさいころを1回ずつ振って出た目の大きい方を勝ちとし, 同じ目なら引き分けとする。Aが勝ったとき, Aの目が3である確率を求めよ。

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

右図のようにAが勝つ15通りのうちで, Aが3を出して勝つのは2通りあるから

$$\frac{2}{15}$$

A \ B	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

◀問題9▶ (確率の比で考えられるもの)[各々既約分数で答えなさい。]

ある高校の学園祭で, A組の演劇のパamフレットを見た生徒と実際にA組の演劇に来た生徒の割合は, 次のとおりであった。A組の演劇に来た生徒を1人抽出したとき, その生徒がパンフレットを見た確率を求めよ。

	来た	来なかった
見た	20%	30%
見なかった	40%	10%

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

演劇に来た(A)確率=0.6, 演劇に来てかつパンフレット(A∩B)を見た確率は0.2

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

◀問題10▶

あるクラスでAというテレビ番組とBというテレビ番組について, 見たかどうかを調査したところ, 両方とも見た生徒は20%, Aだけ見た生徒は10%, Bだけ見た生徒は40%, どちらも見なかった生徒は30%であった。Aを見なかった生徒を1人抽出したとき, その生徒がBを見た確率を求めよ。



$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{15} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{2}{17} \quad \frac{4}{17} \quad \frac{8}{17}$$

○ 解説

Aを見なかった確率=0.7, Aを見ずBを見た確率=0.4

$$p_{\bar{A}}(B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(\bar{A})} = \frac{0.4}{0.7} = \frac{4}{7}$$