

■場合分けのまとめ方

実際に出会う問題では、積の法則や和の法則を単独で用いることは少なく、これらを組み合わせて使います。そのとき、場合分けした「各々の場合を積の法則で処理し」「全体を和の法則でまとめる」という流れが基本です。

【例1】

3つのさいころA、B、Cを同時に投げるとき、出た目の和が16になる場合の数は何通りありますか。

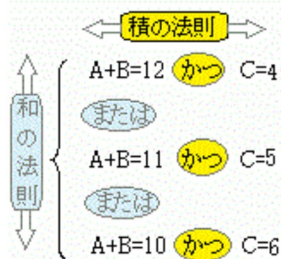
(解答)

右図1のようにA+Bの和とCの表を作ると

- (ア) A+Bの和が12になるのは1通り  
このときCの目が4になるのは1通り  
 $A+B=12$ となるのは1通り
- (イ) A+Bの和が11になるのは2通り  
その各々についてCの目が5になるのは1通り  
 $A+B=11$ となるのは2通り
- (ウ) A+Bの和が10になるのは3通り  
その各々についてCの目が6になるのは1通り  
 $A+B=10$ となるのは3通り
- (\*) A+Bの和が9以下のときは、該当する場合なし  
以上により、 $1+2+3=6$ 通り

この問題のように、場合分けした結果は次のようにまとめます。

「細分したものを積の法則で」「全体のまとめを和の法則で」処理します。



■分かれれば何でもないので...■

数学に自信をなくしている人では、上記の(ア)(イ)(ウ)の結果を、さらに「積の法則でまとめる」間違いが多く見られます。

⇒ (ア)(イ)(ウ)のような「場合分け」は重複しないように分けているので、これらは「同時には成り立ちません」。したがって、「和の法則」を使う場面になっています。

※ (より進んだ学習をしている人への参考)

例1の問題を「異なる3つのものA、B、Cから重複を許して16個取る組合せの総数」として解くことはできません。

重複組合せで求めると、例えばA=7、B=8、C=1のように1つの目が7以上の場合も数えることになり、不適当です。

A+B	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

図1

C
1
2
3
4
5
6

【例2】

4つのさいころA、B、C、Dを同時に投げるとき、出た目の和が22になる場合の数は何通りありますか。

図2のようにA+BとC+Dの表を作ると

- (ア) A+Bが10になるのは3通り  
このときC+Dが12になるのは1通り  
 $3 \times 1 = 3$ 通り
- (イ) A+Bが11になるのは2通り  
その各々についてC+Dが11になるのは2通り  
 $2 \times 2 = 4$ 通り
- (ウ) A+Bが12になるのは1通り  
その各々についてC+Dが10になるのは3通り  
 $1 \times 3 = 3$ 通り
- (\*) A+Bが9以下のときはC+Dで該当する場合なし、  
A+Bが13以上のときはA+Bで該当する場合なし  
以上により、 $3+4+3=10$ 通り

A+B	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

C+D	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

【例3】

Aのテーブルには大人2人と子供3人、Bのテーブルには大人3人と子供2人が席についています。AとBの間でメンバを1人ずつ入れ替えるとき、各テーブルの大人・子供の人数が変わる場合は何通りありますか。

(解答)

- (ア) AからBへ大人が行くのが2通り  
その各々についてBからAへ子供が行くのが2通り  
 $2 \times 2 = 4$ 通り
- (イ) AからBへ子供が行くのが3通り  
その各々についてBからAへ大人が行くのが3通り  
 $3 \times 3 = 9$ 通り  
以上により、 $4+9=13$ 通り

問題1 3つのさいころA, B, Cを同時に投げるとき, 出た目の和が15になる場合の数を求めてください。

10 通り 

採点する やり直す HELP

A+B=9となるのは4通り, その各々についてC=6となるのが1通り→ $4 \times 1=4$ 通り

A+B	1	2	3	4	5	6	C
1	2	3	4	5	6	7	1
2	3	4	5	6	7	8	2
3	4	5	6	7	8	9	3
4	5	6	7	8	9	10	4
5	6	7	8	9	10	11	5
6	7	8	9	10	11	12	6

A+B=10となるのは3通り, その各々についてC=6となるのが1通り→ $3 \times 1=3$ 通り

A+B=11となるのは2通り, その各々についてC=6となるのが1通り→ $2 \times 1=2$ 通り

A+B=12となるのは1通り, その各々についてC=6となるのが1通り→ $1 \times 1=1$ 通り

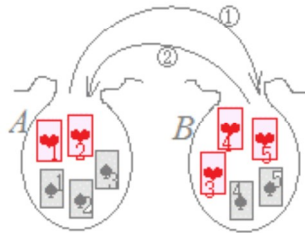
ゆえに, 10通り

問題3 Aの袋にはハートのカードが2枚とスペードのカードが3枚入っており, Bの袋にはハートのカードが3枚とスペードのカードが2枚入っている。Aの袋から1枚取り出してBの袋に入れ, よくかきまわしてBの袋から1枚取り出してAの袋に戻すとき, Aの袋にハートのカードが2枚とスペードのカードが3枚入っている場合の数は何通りありますか。(カードはすべて区別します。)

17 通り 

採点する やり直す HELP

Aからハートが取り出されるのが2通り, その各々についてBからハートが戻されるのが4通り→ $2 \times 4=8$ 通り



Aからスペードが取り出されるのが3通り, その各々についてBからスペードが戻されるのが3通り→ $3 \times 3=9$ 通り

和の法則により,  $8+9=17$ 通り



問題2 4つのさいころA, B, C, Dを同時に投げるとき, 出た目の和が23になる場合の数を求めてください。

4 通り 

採点する やり直す HELP

A+B	1	2	3	4	5	6	C+D	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	2	3	4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9	10	4	5	6	7	8	9	10	11
5	6	7	8	9	10	11	5	6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12	6	7	8	9	10	11	12	13

A+B≤10のときは, C+D≤12だから和は23にならない  
A+B=11となるのは2通り, その各々についてC+D=12となるのは1通り→ $2 \times 1=2$ 通り

A+B=12となるのは1通り, C+D=11となるのは2通り→ $1 \times 2=2$ 通り

結局,  $2+2=4$ 通り

(<別解>全部6が出たら目の和は24. 1つだけ5で残り3個が6のとき目の和は23. 5となるさいころの選び方は4通り.)

問題4 袋の中に赤玉が3個, 黄玉が2個, 青玉が4個入っている。この中から「同時に2個」取り出したとき, 同じ色が出る場合の数は何通りありますか。

10 通り 

採点する やり直す HELP

赤赤となるのは, 赤1-赤2, 赤1-赤3, 赤2-赤3の3通り

黄黄となるのは, 黄1-黄2の1通り  
青青となるのは, 青1-青2, 青1-青3, 青1-青4, 青2-青3, 青2-青4, 青3-青4の6通り

和の法則により,  $3+1+6=10$ 通り

(ここでは単純に数えましたが, この計算は後で習う組合せを使って求めることができます。)

